

---

# はすば歯車の回転伝達誤差シミュレーション技術の開発

## Development of Angular Transmission Error Simulation of Helical Gear

川島 康成\* 園田 徹也\*

Yasunari KAWASHIMA Tetsuya SONODA

---

### 要 旨

複写機、プリンタの画像形成においては、動力伝達機構に起因する歯車の回転伝達誤差は重要で、特にカラー多色重ね合わせの色ずれと濃度ムラが画像として現れるが、これを防止するための振動解析モデルを提案した。すなわち、歯車駆動系からみた色ずれの要因としての歯車偏心による歯車周期の振動、および濃度ムラの要因としての歯車かみあい周期の振動を考慮して、歯面精度の影響を受ける回転振動と、偏心の影響を受ける並進運動を独立したレイヤー構造のモデルで構築し、それぞれをカベクトルで結合することにより偏心振動（色ずれ）とかみあい振動（濃度ムラ）の同時解析が実施される。これにより、設計段階で歯車精度に対する回転伝達誤差を事前予測できるだけでなく、歯車列モデルへの展開も可能となった。

### ABSTRACT

A new simulation system for both rotational and translational vibration in imaging formation of copier or printer is constructed in order to reduce the angular transmission error, especially, inducing the mis-color registration and the banding. The principal factors of the mis-color registration (vibration in low frequency band) and the banding (vibration in high frequency band) are corresponding to the vibrations in one cycle of gear rotation and the tooth-tooth gearing vibration. The system combining the rotational vibration according to the influence of tooth surface deviation and translational vibration is proposed accounting the force vectors. It is possible to analyze the mis-color registration and the banding simultaneously, and also apply to predict the angular transmission property for gear precision and to gear set simulation.

---

\* 研究開発本部 生産技術研究所  
Manufacturing Technology R&D Center, Research and Development Group

# 1. 背景と目的

複写機，プリンタの高画質化が要求される中，動力伝達機構である歯車の回転伝達誤差が画像に大きく影響を及ぼす。特にカラー多色重ね合わせ時に，色ずれと濃度ムラが発生するため，この回転伝達誤差低減が重要となる。駆動系からみた色ずれの要因としては，歯車偏心による歯車1回転周期の振動，また濃度ムラの要因としては歯車かみあい周期の振動が顕著である。

この歯車偏心に関する研究<sup>1)</sup>や，歯車かみあい振動に関する研究<sup>2)</sup>は多数見られるが，画像機器用にとって重要な色ずれ（低周波帯域の振動）と濃度ムラ（高周波帯域の振動）を同時解析する歯車駆動モデルは複雑なモデルとなり，解析が困難であった。

そこで，歯面精度の影響を受ける回転振動と偏心の影響を受ける並進運動を独立したレイヤー構造のモデルで構築し，それぞれをカベクトルで結合する振動解析モデルを提案し，解析モデルのシンプル化を図った。本稿では，この解析モデルを用いた偏心振動（色ずれ）とかみあい振動（濃度ムラ）の同時解析，及び実験検証の結果について報告する。

# 2. 技術

## 2-1 歯車振動解析のモデル化<sup>3)</sup>

インボリュート歯車の運動は，基礎円上に相当する円板にたすき掛けベルトを巻きつけた巻き掛け伝動装置とみなすことができる。そこで，偏心をもつ駆動側と従動側の円板が回転移動と並進移動した場合に巻き取る量の差分が歯車歯対のたわみ量 $\delta$ と仮定する。そのたわみ量 $\delta$ は，Fig.1のように円板の回転によって巻き取る量の差分 $\delta_A$ （ $=P_{2c}$ と $P_{2b}$ の円弧 $-P_{1c}$ と $P_{1b}$ の円弧）と接点間距離の変化長 $\delta_B$ （ $=P_{2a}P_{1a}-P_{2P1}$ ）と接点角度の変化量の差分 $\delta_C$ （ $=P_{2a}$ と $P_{2b}$ の円弧 $-P_{1a}$ と $P_{1b}$ の円弧）の和から（1）式となる。

さらに，この歯車間でのかみあい力 $F_t$ はFig.2の予備実験から求めたかみあい剛性値 $K_\theta$ を用いると（2）式となる。

$$\delta(i) = \delta_A(i) + \delta_B(i) + \delta_C(i) \quad (1)$$

$$F_t = \sum_{i=1}^n K_\theta(\eta, i) \cdot \{\delta(i) - e(\eta, i)\} \quad (2)$$

ここで， $i$ ：かみあい歯対， $n$ ：かみあい総歯対数， $e$ ：接触位置で変化する歯車精度， $\eta$ ：無次元接触位置，である。

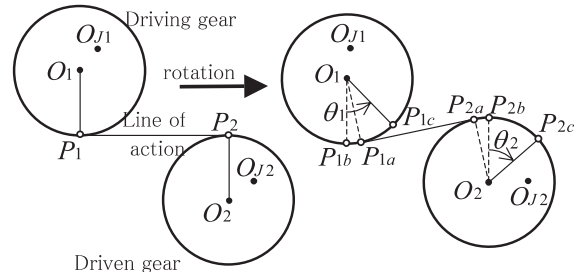


Fig.1 Eccentric model of gear pair.

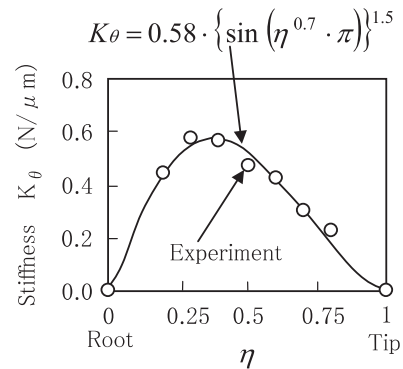


Fig.2 Tooth pair's Stiffness.

かみあい力 $F_t$ を用いて，Fig.3のように歯車のかみあいモデルを設定し，歯車重心での回転方向（ $\theta$ ）と並進方向（ $x, y$ ）に関する運動方程式を（3）式～（5）式に示す。

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = T - Frb + (K_{jxx})\varepsilon \sin(\dot{\theta} + \phi) - (K_{jyy})\varepsilon \cos(\dot{\theta} + \phi) \quad (3)$$

$$m\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_{jxx} = -F_t \sin \alpha_w + m\varepsilon\dot{\theta}^2 \cos(\dot{\theta} + \phi) \quad (4)$$

$$m\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_{jyy} = -F_t \cos \alpha_w + m\varepsilon\dot{\theta}^2 \sin(\dot{\theta} + \phi) \quad (5)$$

ここで， $m$ ：歯車質量， $J$ ：慣性モーメント， $C_\theta$ ：回転方向減衰係数， $C_x$ ： $x$ 方向減衰係数， $C_y$ ： $y$ 方向減衰係数， $T$ ：駆動トルク， $rb$ ：基礎円半径， $K_{jx}$ ： $x$ 方向軸受け剛性， $K_{jy}$ ： $y$ 方向軸受け剛性， $\varepsilon$ ：偏心量， $\phi$ ：偏心位相， $\alpha_w$ ：かみあい圧力角，である。

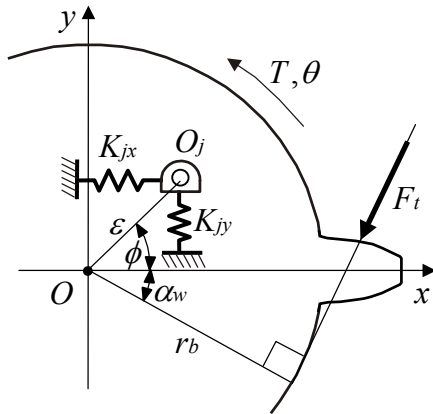


Fig.3 Rotational vibration model of eccentricity helical gear.

偏心回転に伴いかみあい力  $F_t$  の方向は逐次変化するので、Fig.4のようにかみあい力  $F_t$  の働く方向（作用線）を算出するためのレイヤーを設ける。作用線は基礎円上を結ぶ伸縮自在のリンクとして設定し、偏心回転によって変化する基礎円同士の接線を逐次算出する。ここで求めた方向を参照して回転振動モデルのレイヤーにかみあい力  $F_t$  を設定する。

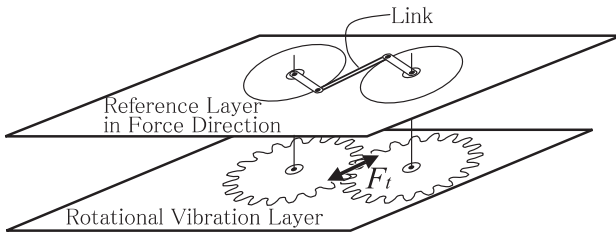


Fig.4 Calculation of mesh force direction.

以上、歯車のモデル化について説明したが、歯車以外のモータや従動側歯車とカップリング結合されたブレーキ、エンコーダの機構要素（Fig.5参照）についても運動方程式（計12自由度）を設定し、連立させて解析する。

## 2-2 検証用歯車評価装置とはずば歯車諸元

Fig.5に検証用歯車評価装置を示す。JIS-0級の駆動歯車をロータリーエンコーダ1とモータが連結された駆動軸に取り付ける。また、評価歯車をロータリーエンコーダ2と負荷用ブレーキとトルク計が連結された従動軸に取り付ける。この駆動軸と従動軸の回転角度の差より回転伝達誤差を測定する。評価する歯車諸元と駆動条件をTable 1に示す。

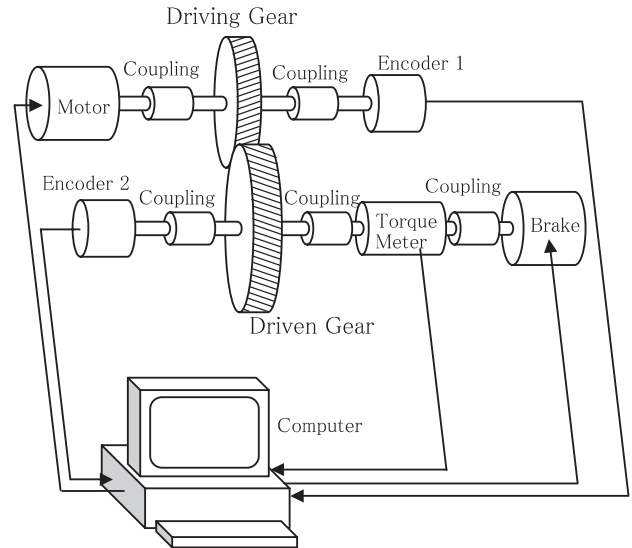


Fig.5 Experimental apparatus for transmission error.

Table 1 Specifications of gears.

	Driving Gear	Driven Gear
Module	0.5	
Number of teeth	50	180
Pressure angle (deg.)	20	
Helix angle (deg.)	16	
Face width (mm)	15.5	12
Material	S55C	POM
Center distance (mm)	59.817	
Transverse contact ratio	1.589	
Overlap contact ratio	2.106	
Total contact ratio	3.695	
Brake torque (Nm)	-	0.6
Rotational speed (rpm)	286.5	79.6

## 2-3 検証用歯車の歯車精度

歯車を成形した場合、成形条件によって歯車精度が変化する。そこで、歯車精度の異なる6種類（No.A~No.F）の歯車を用意し、シミュレーションモデルの検証を行うとともに、形状精度に対する回転伝達誤差を求める。Fig.6に歯面精度（ $F_p$ ：累積ピッチ誤差， $F_B$ ：はすじ誤差）と偏心精度（ $F_e$ ：偏心量， $\phi$ ：偏心位相）の測定データを示す。

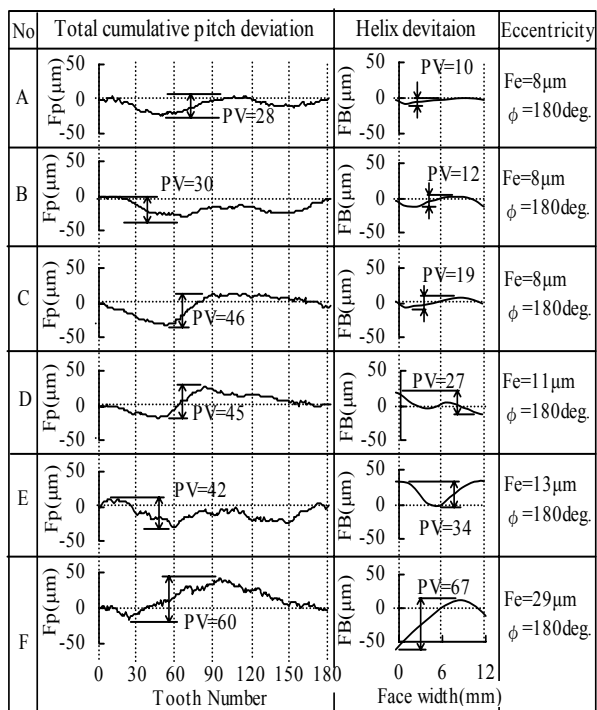


Fig.6 Tooth surface deviation and eccentricity precision.

## 2-4 数値解析および実験結果

### 2-4-1 回転伝達誤差の検証

回転伝達誤差として、①最大角度誤差と②かみあい速度誤差を定義して検証する。

- ① 最大角度誤差Ae：評価歯車1回転周期中の角度誤差（＝従動軸回転角－駆動軸回転角×減速比）の最大振幅（両側振幅値）。
- ② かみあい速度誤差Ve：評価歯車1回転周期中の角度誤差を微分して速度に変換し、それをFFT処理した際のかみあい周波数成分の値（片側振幅値）。

Fig.7に歯車No.Cにおける回転角度に対する角度誤差を示す。解析結果と実験結果は波形形状とAe値ともよく一致していることがわかる。歯車No.Cは累積ピッチ誤差46μmに対して偏心量8μmであるので、前者の影響が大きく角度誤差に表れることが確認できる。最大角度誤差Ae=1.4/1000radは、感光体ドラム半径r=15mmの場合、約21μmの色ずれとなる。

Fig.8に速度誤差を示す。解析した回転速度では、かみあい周波数が238Hzとなり、そのかみあい速度誤差Veは

13.7/1000rad/sで実験結果の13.3/1000rad/sとよく一致している。

回転伝達誤差としての最大角度誤差Aeとかみあい速度誤差Veに関して、実測と良く一致し、歯車解析モデルとしての妥当性が確認できた。

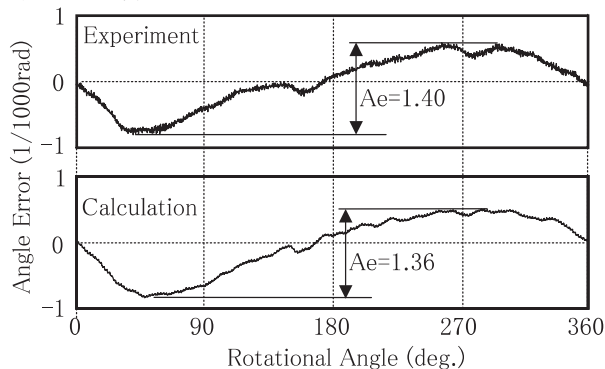


Fig.7 Angle error of gear C.

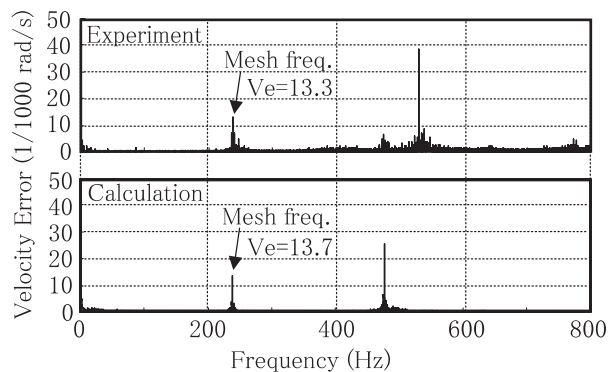


Fig.8 Velocity error of gear C.

### 2-4-2 歯車精度と回転伝達誤差の関係

歯車精度の累積ピッチ誤差に対する最大角度誤差AeをFig.9に示す。偏心誤差を考慮しない場合はグラフ上の直線となるが、歯車自身の偏心と位相関係を考慮することで、実験値に対応した解析結果を得ている。

歯車精度のはずじ誤差に対するかみあい速度誤差VeをFig.10に示す。はずじ誤差の増加に伴いかみあい速度誤差Veが大きくなる。これは、はずじ誤差によって(2)式の歯車精度eの変化が大きくなり、かみあい力Fiの振動成分が増えること、また、歯面精度eの悪化により実質的に接触領域（接触歯幅）が減少し、一歯あたりの駆動トルクが増加するため速度誤差Veが大きくなると解析結果から考察できる。

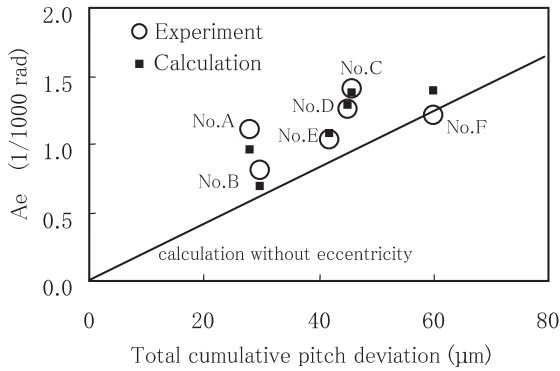


Fig.9 Maximum Angle Error.

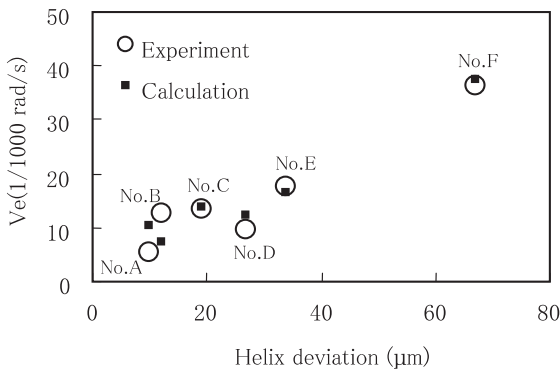


Fig.10 Mesh Velocity Error.

### 3. 成果

歯車精度（歯面精度と偏心）を考慮した歯車振動解析モデルを提案し、応答解析と実験による検証を行い、以下の結果を得た。

- (1) はずば歯車の偏心振動とかみあい振動を、並進移動を考慮した解析モデルとすることで同時解析が可能となる。
- (2) 上記手法を用いて回転伝達誤差を解析した結果、最大角度誤差Aeとかみあい速度誤差Veとも実験結果と一致する。
- (3) 最大角度誤差Aeは、累積ピッチ誤差と歯車偏心・位相の影響を受け、かみあい速度誤差Veは、はずじ誤差の影響を受ける。

以上のことから、設計段階での歯車精度に対する回転伝達誤差を事前予測することが可能となった。

### 4. 今後の展開

歯車の歯面精度と偏心に関するモデル化とその検証結果について報告した。今後、組付け精度（歯車回転軸の傾斜、歯車の傾斜）も加え、歯車列モデルへの展開を図る。

#### 参考文献

- 1) 楠田, 池田, 大桐, 別紙: 多対歯車駆動列の偏心による回転偏差, 日本機械学会論文集 (C編), 66-648(2000), pp.2784-2790.
- 2) 田中, 矢鍋, 加納, 市野: 平歯車対の歯形修正と回転伝達誤差, 日本機械学会講演会論文集, No.007-1(2000), pp.29-30.
- 3) 川島: はずば歯車の歯面精度と偏心による回転伝達誤差, 日本機械学会講演会論文集, No.023-1(2002), pp.145-146.